

**Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан.
4 класс, заключительный этап. 7 февраля 2020 года.**

Решения задач.

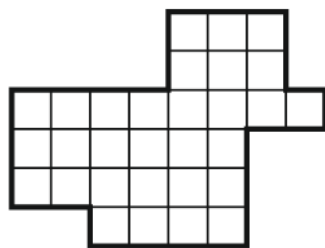
Каждая задача оценивается максимум в 7 баллов

1. Замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы – разными цифрами так, чтобы равенство стало верным:

$$АББА + АБ + А + Б = 2020$$

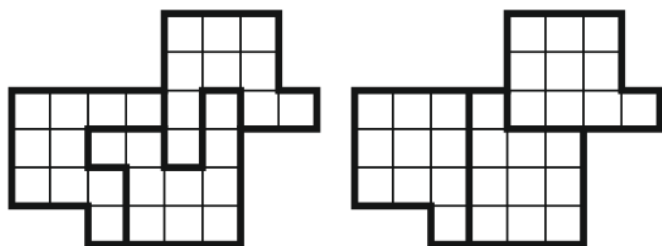
Достаточно привести один вариант решения.

Решение. $1991 + 19 + 1 + 9 = 2020$



2. Фигуру, изображенную на рисунке, разрежьте по линиям сетки на 3 равные части. *Части называются равными, если их можно совместить наложением.*

Решение. Проверять, есть несколько вариантов разрезания. Достаточно привести один верный.



3. Из 101 далматинца, у 58 есть черное пятно на левом ухе, а у 17 есть черное пятно на правом ухе. У 29 далматинцев нет пятен ни на правом, ни на левом ушах. У скольких далматинцев есть пятна и на правом, и на левом ушах?

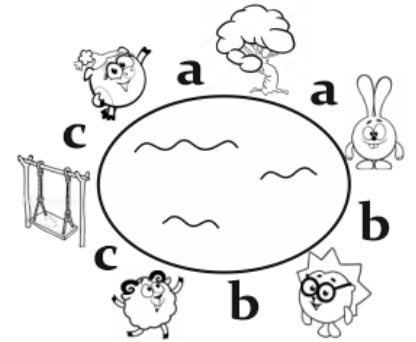
Ответ. У 3 далматинцев. **Решение.** Далматинцев, у которых есть пятна на ушах всего: $101 - 29 = 72$. Если сложить количество далматинцев с пятном на левом ухе и с пятном на правом ухе: $58 + 17 = 75$ – мы посчитаем далматинцев с пятном только на левом ухе и только на правом ухе – по одному разу, а с пятнами и на левом и на правом – по два раза. Следовательно, далматинцев с пятнами на обоих ушах $75 - 72 = 3$.

4. Пять подруг: Аня, Белла, Варя, Галя и Дина надели в школу бантики. У двух девочек красные бантики, а у трех – синие. У Ани и Беллы бантики одного цвета, а у Беллы и Гали – разных цветов. У Дины и Гали тоже разноцветные. Определите, у какой девочки какого цвета бантик. *Найдите все варианты и объясните почему других нет.*

Ответ. Красные бантики у Вари и Гали, синие бантики у Ани, Беллы и Дины.

Решение. Поскольку у Беллы и у Дины цвет бантика отличается от Гали, значит, у них бантики одного цвета. Также мы знаем, что у Ани бантик такого же цвета, как и у Беллы. Мы нашли три девочки с бантиками одинаковых цветов: Аня, Белла и Дина – значит цвет их бантиков синий. Тогда у Вари и у Гали бантики красные.

5. Крош, Бараш, Нюша и Ежик живут на берегу озера, по берегу которого идет тропинка. Домик Ежика находится ровно посередине между домиками Кроша и Бараша. Качели расположены ровно посередине между домиками Нюши и Бараша. А дерево растет ровно посередине между домиками Нюши и Кроша. Если Ежик пойдет к качелям, зайдя по дороге к Барашу, – он пройдет 19 км. А если он пойдет к качелям зайдя по дороге к Крошу и Нюше – то пройдет 43 км. Каково расстояние между деревом и домиком Кроша?



Ответ. 12 км. **Решение.** Обозначим равные расстояния буквами a , b и c как показано на рисунке. Тогда нам известно, что $b + c = 19$, $b + 2a + c = 43$.

Вычитая из второго равенства первое, получим $2a = 24$, откуда $a = 12$.

6. У Вовы есть 10 карточек с натуральными числами – все числа различны. Он составил из них пять примеров на сложение, в каждом примере складывая числа на двух карточках. Результаты этих примеров: 20, 21, 22, 23, 24. Затем он из тех же карточек опять составил пять примеров на сложение как-то по-другому. На этот раз Вова получил результаты: 10, 14, 16, 25, 45. Могло ли такое быть или Вова где-то ошибся?

Ответ. Вова ошибся. **Решение.** Допустим, что такое могло быть. Если сумма двух чисел равна 45, то одно из них больше или равно 23. В первом случае такое число могло быть только в сумме с 1 и давать результат 24, то есть это число 23. Следовательно, у нас есть и $22 = 45 - 23$. В первом случае сумма, большая 22 – это только 23, поскольку 24 мы уже получили сложением 23 и 1. Но $23 = 22 + 1$, а второй единицы быть не может, так как все числа должны быть различны – противоречие.